

Методическая разработка: Панков Сергей Евгеньевич

ТУЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ЕСТЕСТВЕННО – НАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФИЗИКИ



ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.

**ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА АТОМА ВОДОРОДА.
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ РИДБЕРГА.**

Тула, 2006 г

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.

ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА АТОМА ВОДОРОДА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ РИДБЕРГА.

Цель работы: Исследовать спектр атомарного водорода, вычислить постоянную Ридберга.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ.

Квантовомеханический подход к изучению процессов поглощения атомов позволяет их исследовать и объяснять. Состояние атома в квантовой механике описывается волновой функцией ψ_n , а его энергия E_n . В случае простейшего атома - атома водорода, состоящего из протона и электрона, квантовая механика позволяет получить точные решения волнового уравнения Шредингера (1):

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{ke^2}{r} \right) \psi = 0, \quad (1)$$

где m - масса электрона, e - его заряд, E - полная энергия, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ (для расчетов часто принимают $k=9 \cdot 10^9 \text{ м/}\Phi$). Его решение (получаемое в курсе «Квантовой теории») для атома водорода дает набор дискретных уровней энергии. Для связанных состояний ($E_n < 0$):

$$E_n = -\frac{k^2 m e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad (2)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \cdot 10^{-34}$, $n = 1, 2, 3, \dots$ - главное квантовое число. Обычно формулу (2) записывают в виде:

$$E_n = -A \frac{1}{n^2}, \quad (2a)$$

где $A = 13,6 \text{ эВ}$.

С ростом n уровни энергии атома сближаются, в пределе ($n \rightarrow \infty$) дискретный спектр приближается к непрерывному, а квантовая система к классической. Это и есть принцип соответствия Бора, который позволяет выразить постоянную Ридберга через фундаментальные постоянные.

Для простоты Бор принял, что в атоме водорода электроны вращаются вокруг протона по окружности радиусом r с циклической частотой ω , и, согласно второму закону Ньютона, имеем:

$$m\omega^2 r = \frac{mV^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2}, \quad (3)$$

Согласно принципу квантования состояния электрона в атоме:

$$mVr = n\hbar, \quad (4)$$

Решение системы (3), (4) дает выражение для радиусов круговых орбит электронов в атоме водорода:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{kme^2} n^2, \quad (5)$$

Полная энергия электрона в атоме есть сумма кинетической и потенциальной энергий:

$$E_n = \frac{mV^2}{2} - \frac{ke^2}{r} \quad (5a)$$

Выражая из системы уравнений (3), (4) скорость электрона, имеем:

$$V = \frac{ke^2}{n\hbar}, \quad (5b)$$

Подставляя (5b) и (5) в (5a), получаем формулу, выражающую полную энергию электрона в атоме водорода на n-ой стационарной орбите:

$$E_n = \frac{-k^2 e^4 m}{2\hbar^2 n^2} \quad (5c)$$

Видно, что формула (5c), полученная с помощью постулатов Бора, совпадает с формулой (2), полученной с помощью точного решения уравнения Шредингера для атома водорода.

Однако, к сожалению, теория Бора, достаточно правильно описывая закономерности в атоме водорода и водородоподобных ионах (содержащих один электрон), даёт неправильные результаты уже для атома гелия, следующего за водородом и содержащем всего два электрона. Таким образом, теорию Бора можно рассматривать лишь как промежуточный этап на пути поиска верной теории - квантовой механики, точно описывающий закономерности микромира.

При переходе атома водорода из состояния n_2 с энергией E_2 в состояние n_1 с энергией E_1 излучается квант света с частотой ω , равной:

$$E_2 - E_1 = \hbar\omega. \quad (6)$$

Подставляя энергию электрона в состоянии n_2 и в состоянии n_1 из формулы (2) (или, что то же самое, из (5с)), имеем:

$$E_2 - E_1 = \frac{k^2 e^4 m}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (7)$$

Далее, вспоминая, что $E_2 - E_1 = \hbar\omega$, $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, можем записать:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (8)$$

Формула (8) называется обобщенной формулой Бальмера. В данном случае $R = \frac{me^4}{64\pi^3 \varepsilon_0^2 c \hbar^3} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$. Следует отметить, что **постоянную**

Ридберга иногда вводят не для волнового числа $\frac{1}{\lambda}$, а для частоты ω . В этом случае $R' = R \cdot 2\pi c = 2,067 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$. В формуле (8) с увеличением n_2 разность между волновыми числами $\frac{1}{\lambda}$ уменьшается, стремясь при $n_2 \rightarrow \infty$ к предельному значению (для $n_1 = 2$, $\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{4}$). При этом линии сближаются, и

уменьшается их интенсивность. Совокупность спектральных линий, закономерно меняющих свою интенсивность, называют спектральной серией. Предельное волновое число при $n_2 \rightarrow \infty$ называется границей серии. **Визуально мы можем наблюдать только серию Бальмера: для водорода - $n_1=2$, $n_2=3,4,5...$ (рис.1).** Однако, существуют и другие серии. Это, например, серия Лаймана, все линии которой лежат в ультрафиолетовой области спектра. Для этой серии $n_1=1$. Линии остальных серий (Пашена, Брэкета, Пфунда и др.) лежат в инфракрасной области спектра. Набор уровней энергии и возможные переходы в атоме принято показывать на энергетической диаграмме, приведённой на рисунке 1. Здесь принято $E_n = W_n$ – полная энергия электрона в атоме на n -ом уровне.

Состояние атома, в котором электрон находится на низшем энергетическом уровне (для атома водорода это состояние с энергией $E_1 = -13,6 \text{ эВ}$), называется основным. Атом без внешних возмущений может находиться в этом состоянии неопределённо долго. Энергетический уровень E_1 , соответственно, является бесконечно тонким. Этот вывод вытекает непосредственно из соотношения неопределенностей: $\Delta E_1 \Delta \tau_1 \sim \hbar$, где ΔE_1 - неопределенность зна-

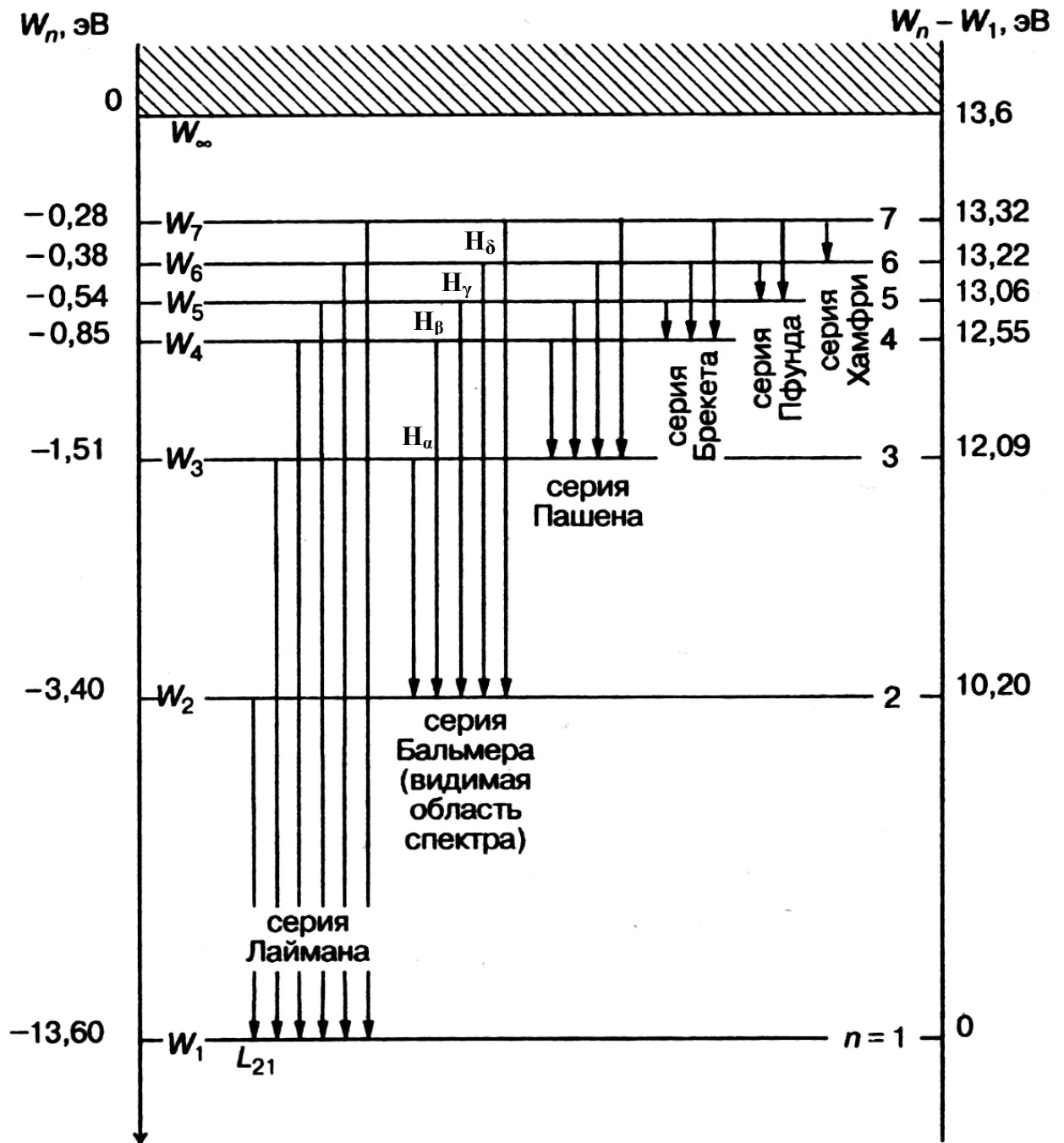


Рис.1 Энергетическая диаграмма атома водорода.

чения энергии, $\Delta\tau_1$ - неопределенность времени пребывания атома в этом состоянии. Так как $\Delta\tau_1 \rightarrow \infty$, то $\Delta E_1 \rightarrow 0$. Остальные энергетические уровни являются возбужденными, так как возникают под действием внешних воздействий и могут существовать ограниченное время $\Delta\tau$, поэтому возбужденные уровни несколько размыты, по порядку величины: $\Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta\tau}$.

Методика эксперимента. Приборы и оборудование.

Схема установки приведена на рисунке 2.

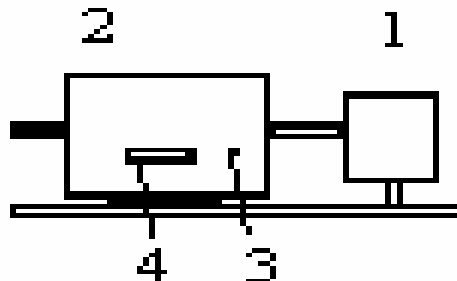


Рис.2. Блок-схема экспериментальной установки

Модуль ФПК-09.

Установка содержит излучатель 1 и монохроматор 2. Блок излучателя содержит лампу ТВС-15 (Н-образная разрядная трубка; Тлеющая Водородная Спектральная), заполненную водородом, устройство ее питания и юстировочный узел. Наибольшая интенсивность линий достигается, если источником света служит торец горизонтальной части трубки (капилляра). Трубка заполняется до давления 5-10 Торр. (1 Торр = 1 мм. рт. ст. = $1,33 \cdot 10^2$ Па).

В исходном состоянии излучатель отъюстирован. Вертикальная юстировка осуществляется перемещением держателя в рейтере. Горизонтальная юстировка позволяет перемещать центр области свечения лампы относительно оси излучателя по горизонтали от 0 до 3 мм для лучшего совмещения с выходным окном излучателя.

Монохроматор предназначен для выделения и исследования монохроматического излучения в спектральном диапазоне от 2000 до 8000 ангстрем. Для наблюдения спектра на выходной патрубке надевается окуляр, положение которого регулируется наблюдателем. Сканирование спектра осуществляется вращением ручки 3 рядом с индикатором цифрового счетчика длин волн 4. Первые три цифры счетчика 4 соответствуют длине волны в нм, по барабану с рисками отсчитываются десятые доли нм в том же окне (см. рис.3).

Под действием высокого напряжения, вырабатываемого блоком питания лампы ТВС-15, электроны в атомах водорода переходят на высшие энергетические уровни. Через время $\Delta t \sim 10^{-9}$ с, они обязаны перейти на более низкий энергетический уровень, испустив квант света, частота которого определяется формулой (6). Так как в трубке содержится огромное число атомов, то, под действием напряжения, периодически электроны в них переходят на случай-



Рис. 3 Шкала монохроматора

ный более возбужденный уровень, излучая квант света какой-то определенной частоты – и, т. о., в объективе монохроматора мы видим весь набор спектральных линий.

Следует отметить, что в спектре водородной трубке, как правило, присутствуют линии молекулярного водорода, которые, однако, имеют очень слабую интенсивность, по сравнению с линиями атомарного водорода.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.

Следует помнить, что в установке используется опасное для жизни высокое ~ 2 кВ напряжение, поэтому необходимо проверить заземление излучателя перед включением. Так же рекомендуется ознакомиться с паспортом установки и монохроматора.

1. Установить выходное окно облучателя, содержащего водородную трубку, напротив приемного окна монохроматора по оптической схеме рис. 2.
2. Включить облучатель в сеть напряжением ~220 В.
3. Поставить на панели облучателя ФПК-09 переключатель «СЕТЬ» в положение «ВКЛ», при этом должен загореться сигнальный светодиод на корпусе облучателя.
4. Дать прогреться водородной трубке в течение 5 – 7 минут.
5. Поставить щели, обеспечивающие возможность наблюдения спектральных линий. Для этого **рекомендуется на входе зрительной трубы монохроматора поставить щель 0,25 мм (или 1,0 мм) на выходе – 1,0 мм.**
6. **Поиск линий желательно начинать с наиболее интенсивной красной линии H_{α} .** Для этого следует медленно вращать ручку 3 монохроматора в пределах 640 - 670 нм, дожидаясь появления в смотровом окне монохроматора соответствующей линии, контролируя значение длины волны по индикатору цифрового счетчика длин волн 4. **Вращение ручки против часовой стрелки соответствует движению в область уменьшения длины волны, по часовой – увеличение длины волны.**
7. После обнаружения спектральной линии, для уточнения её положения (для уточнения длины волны λ) можно поставить щели меньшей ширины, например **на входе 0,25 мм; на выходе 0,25 мм**, однако, следует помнить, что уменьшение ширины щелей сопровождается резким уменьшением интенсивности света.
8. Записать значение длины волны H_{α} в таблицу 1.
9. Заменяя щели на более широкие, обеспечивающие продолжение поиска линий (**на входе 0,25 мм (или 1,0 мм) на выходе – 1,0 мм**), и, медленно вращая ручку монохроматора 3 в область уменьшения

длины волны, продолжить поиск линий. Следующая **яркая интенсивная линия H_β – зелено-голубая**. В промежутке между H_α и H_β располагаются несколько красно-желтых и зеленых сравнительно слабых молекулярных полос, внимание на которые обращать не следует.

10. Уточнив длину волны H_β , записать её значение в таблицу 1.
11. Продолжить поиск линий, вращая ручку в сторону уменьшения длины волны. **Третья линия атомарного водорода - H_γ – фиолетово-синяя**. Перед этой линией также могут располагаться слабые размытые молекулярные полосы синего цвета.
12. Уточнив положение линии H_γ , записать значение длины волны, соответствующей этой линии в таблицу 1.
13. **Четвертая линия - H_δ – фиолетовая (темно-фиолетовая)**. Однако, её не всегда удастся найти.
14. Если H_δ видна, также записать значение длины волны, соответствующей этой линии в таблицу 1.
15. По окончании измерений отключить облучатель от сети, переведя переключатель «СЕТЬ» на панели модуля в положение «ВЫКЛ».
16. Сравнить измеренные вами значения длин волн в серии Бальмера с табличными значениями, приведенными в приложении.
17. Заполнить таблицу 1:

Обозначение линии	Номер орбиты, на которую осуществляется переход, n_1	Номер орбиты, с которой осуществляется переход, n_2	$\lambda_{\text{эксп.}}, \times 10^{-9}, \text{ м}$	$\frac{1}{\lambda}, \times 10^6, \text{ м}^{-1}$	$\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$
H_α	2	3			
H_β		4			
H_γ		5			
H_δ		6			

$$R = R_{\text{эксп.}} \pm \Delta R, \text{ м}^{-1}$$

$$\varepsilon = \dots \%$$

18. Для серии Бальмера, формула (8) перепишется в виде:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (9)$$

Для определения постоянной Ридберга можно воспользоваться методом наименьших квадратов (см. приложение), для чего следует постро-

ить график функции $\frac{1}{\lambda}$ от $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_2^2}\right)$. График, соответственно, должен иметь вид прямой линии. Коэффициент наклона B прямой к оси абсцисс и будет являться экспериментально найденным значением постоянной Ридберга R . Метод наименьших квадратов позволяет также оценить значение ошибки в определении постоянной Ридберга: $\Delta R = t \cdot S_R$. Значение коэффициента t с учётом малости количества экспериментальных точек (3-4 точки) следует принять $t = 1,8$. S_R – стандартное отклонение коэффициента R . $S_B = S_R$. Формулы для вычисления стандартных отклонений, а так же другую дополнительную информацию см. в приложении. **Следует, однако, помнить, что график имеет лишь формальный смысл и служит лишь для определения R , так как главное квантовое число n_2^2 может принимать лишь целые значения (номер энергетического уровня), и, соответственно значения $\frac{1}{\lambda}$ так же будут дискретны.**

19. Найти относительную ошибку в определении постоянной Ридберга по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R}{R_{\text{экспер.}}} \cdot 100\%.$$

20. Сравнить полученное значение постоянной Ридберга $R_{\text{экспер.}}$ с теоретическим значением $R_{\text{теоретич.}} = \frac{me^4}{64\pi^3 \varepsilon_0^2 c \hbar^3} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$. Сделать вывод о точности вашего эксперимента.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Воспользовавшись квазиклассической теорией Бора, получить формулу для энергии электрона E_n в однократно ионизированном атоме гелия. В чём, по вашему мнению, основной недостаток теории Бора?
2. Пользуясь энергетической диаграммой для атома водорода, представленной на рисунке 1, определите энергию ионизации атома водорода. Определить по той же диаграмме первый потенциал возбуждения атома водорода.
3. Что такое линейчатый и сплошной спектр? Какой спектр вы наблюдали в этом опыте?
4. Почему спектр водорода и других газов линейчатый, а спектр лампы накаливания сплошной?
5. Получите обобщенную формулу Бальмера (8) и выражение $R_{\text{теоретич.}}$ через основные константы.
6. Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной.
7. Во сколько раз минимальная длина волны в серии Пашена спектра водорода больше максимальной длины волны в серии Бальмера?
8. Вычислить наибольшие длины волн в сериях Лаймана, Бальмера, Пашена в спектре водорода.
9. Объясните причины размытия энергетических уровней электрона в атоме. Какой уровень будет «размыт» в наименьшей степени. Почему?
10. Какой метод возбуждения атомов для получения спектра используется в данной установке? Объясните методику эксперимента: необходимость в монохроматоре, принцип его устройства, принцип работы излучателя.
11. Как вы думаете, как меняется после включения высокого напряжения сопротивление газоразрядного промежутка в лампе ТВС-15? Чему равно сопротивление этого промежутка до включения и после? Почему происходит резкое изменение сопротивления трубки? С какими физическими явлениями, происходящим в газе, заполняющим трубку, это связано?

ПРИЛОЖЕНИЕ

Совместные измерения. Понятие о методе наименьших квадратов (МНК)
Рассмотрим случай совместных измерений двух величин β и α . Если уравнения измерения, связывающие эти величины, линейны, то для определения β и α в результате многократных измерений некоторых других величин x_i и y_i получится линейная система условных уравнений, каждое из которых имеет вид

$$y_i = \beta x_i + \alpha \quad (1)$$

где x_i, y_i - результаты i -го измерения величин x и y ; β и α - искомые величины.

Система уравнений (1) будет, вообще говоря, несовместна, так как результаты измерений x и y неизбежно содержат погрешности. Поэтому из этих уравнений можно определить только оценки величин β и α (соответственно B и A), которые являются случайными величинами.

Для наглядности изложения представим все опытные данные x_i и y_i на графике (см. рис. 1). Геометрически задача измерения α и β состоит в определении параметров некоторой прямой: значения ординаты при нулевом значении абсциссы и тангенса угла наклона соответственно.

Так как между точками на графике можно провести не одну прямую, возникает задача - провести прямую наилучшим образом. Такая прямая характеризуется наиболее точными оцен-

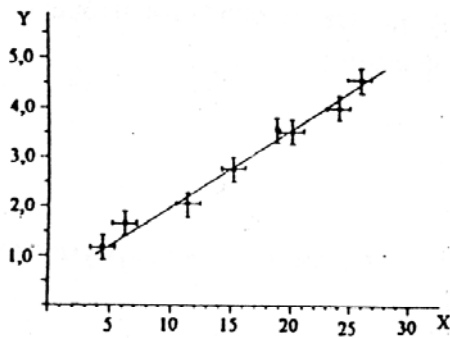


рис. 1

ками коэффициентов β и α , т.е. наиболее вероятным.

Оценка β (значение B) определяется выражением

$$B = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

Оценка α (значение A) определяется выражением

$$A = \bar{y} - B\bar{x}$$

Можно показать, что оценка стандартного отклонения коэффициента B выражается следующим образом:

$$S_B = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Bx_i - A)^2}{(n-2) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

Интервал, в котором с установленной вероятностью α_0 может находиться коэффициент β , записывается в виде $\Delta B = t_{\alpha_0, (n-2)} S_B$

Тогда можно записать:

$$\beta = B \pm \Delta B$$

Стандартное отклонение коэффициента A определяется по формуле

$$S_A = \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Bx_i - A)^2}{n-2}}$$

Спектр атомарного водорода.

Название линии	Цвет	Длина волны λ , нм
H_α	Красная	656,3
H_β	Зелено - голубая	486,1
H_γ	Фиолетово-синяя	434,0
H_δ	Фиолетовая	410,2

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

При составлении данного методического руководства использовалась следующая литература, в которой можно найти все рассмотренные вопросы:

1. Иродов И. Е., Квантовая физика. Основные законы., М. 2002
2. Савельев И. В. Курс общей физики. М., 1982, т. 3
3. Шпольский Э. В., Атомная физика т.1, т.2
4. Лабораторный практикум по физике, под ред. К. А. Барсукова, М. 1988.
5. Курс физики, под редакцией Лозовского В.Н., С-Пб 2001.
6. М. И. Фугенфиров. Электрические схемы с газоразрядными лампами.